

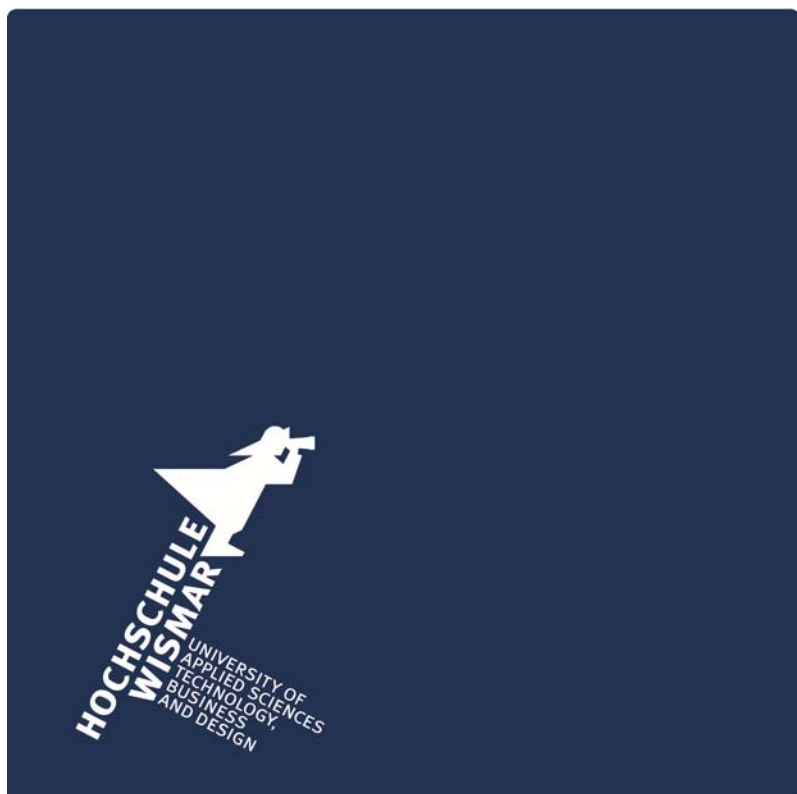
**MASTER**  
**FERNSTUDIENGANG**  
QUALITY MANAGEMENT



**STUDIENBRIEF:** Semester I

**MODUL:** Statistische Methoden der Qualitätssicherung

**AUTOR:** Prof. Dr. Andreas Kossow



## IMPRESSUM

---

**WINGS – Wismar International Graduation Services GmbH**

Ein Unternehmen der Hochschule Wismar  
Philipp-Müller-Straße 14  
23966 Wismar  
[www.wings.hs-wismar.de](http://www.wings.hs-wismar.de)

Auflage: 2/2010

Autor: Prof. Dr. Andreas Kossow

Fakultät: für Ingenieurwissenschaften

ID-Nr.: M/QM/2010/-/2/2010

© Copyright: Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere das Recht der Vervielfältigung und Vereinbarung sowie der Übersetzung und des Nachdrucks, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf in irgendeiner Form ohne schriftliche Genehmigung reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

## INHALTSVERZEICHNIS

VERZEICHNIS DER RANDSYMBOLE	4
<b>1. ZUR ARBEIT MIT DER STUDIENANLEITUNG</b>	<b>5</b>
<b>2. GRUNDLAGEN DER STATISTISCHEN METHODEN</b>	<b>6</b>
2.1 Beschreibende Statistik	6
2.2 Wahrscheinlichkeitsrechnung	7
2.3 Verteilungen für die zählende Prüfung	8
2.4 Normalverteilung	10
<b>3. AUSWERTEVERFAHREN</b>	<b>12</b>
3.1 Einleitung	12
3.2 Punktschätzwerte und Vertrauensbereiche für Verteilungsparameter	12
3.3 Stichprobenauswertung mit dem Wahrscheinlichkeitsnetz	13
3.4 Einstichprobentests	13
<b>4. STATISTISCHE PROZESSLENKUNG</b>	<b>14</b>
4.1 Einordnung und Methodik	14
4.2 QRK zur Überwachung, ob ein Prozess beherrscht ist	15
4.3 QRK für Messwerte bei vorgegebenen Grenzwerten (Annahme-QRK)	16
<b>5. ANNAHMESTICHPROBENPRÜFUNG</b>	<b>18</b>
<b>6. HINWEISE ZUR MODULPRÜFUNG</b>	<b>21</b>

**VERZEICHNIS DER RANDSYMBOLE**

---



## 1. ZUR ARBEIT MIT DER STUDIENANLEITUNG

---

Die vorliegende Studienanleitung soll die Aneignung der Lehrinhalte des Moduls *Statistische Methoden der Qualitätssicherung* im Selbststudium unterstützend begleiten. Die Studierenden erschließen sich die Lehrinhalte durch das Studium der folgenden Literaturquelle, auf die sich alle nachfolgenden Seitenangaben beziehen:

**Timischl, W.:** Qualitätssicherung, Carl Hanser Verlag München Wien, 2002/2004, ISBN 3-446-22053-4

Dieses Fachbuch führt die Studierenden auf sehr verständliche und praxisnahe Weise in die grundlegenden statistischen Methoden des Qualitätsmanagements ein. Nachdem zunächst das nötige Basiswissen aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der mathematischen Statistik als Grundlage für die statistische Denkweise bereit gestellt wird, werden als Anwendungsgebiete Auswerteverfahren, statistische Prozesslenkung, Annahmestichprobenprüfung und Zuverlässigkeitsprüfung behandelt. Die Auswahl und die Methodik der Präsentation des Stoffes ist stark beeinflusst durch Lehrprogramme und Weiterbildungsveranstaltungen der Deutschen Gesellschaft für Qualität.

Die Studienanleitung gibt zu den einzelnen Abschnitten des Fachbuches jeweils eine kurze Einführung und lenkt die Aufmerksamkeit der Studierenden gegebenenfalls auf besonders wichtige Aspekte des zu vermittelnden Lehrstoffes. Unverzichtbares Kernstück der Wissensaneignung bleibt aber das Literaturstudium. In der Studienanleitung finden die Studierenden am Ende eines jeden Abschnitts Kontrollfragen und Übungsaufgaben zum Selbsttest und zur Festigung des erworbenen Wissens. Gleichzeitig umreißen diese Fragen und Aufgaben den Inhalt und das Anforderungsniveau der abschließenden Modulprüfung.

Der nachfolgende Abschnitt 2 hat wiederholenden Charakter. Die dort vermittelten Inhalte sind Bestandteil jedes ingenieur- und naturwissenschaftlichen Erststudiums. Nach eigenem Ermessen kann der Umfang der zu lösenden Übungsaufgaben hier reduziert werden.

## 2. GRUNDLAGEN DER STATISTISCHEN METHODEN

---

### 2.1 Beschreibende Statistik

**Qualität** ist die Fähigkeit eines Produktes, festgelegte Kundenanforderungen zu erfüllen. Es wird darunter also die Gebrauchstauglichkeit des Produktes verstanden, die durch die Ausprägung verschiedener **Qualitätsmerkmale** bestimmt wird. Im Fertigungsprozess treten jedoch Schwankungen in der Ausprägung eines jeden Qualitätsmerkmals auf. Die Werte des Qualitätsmerkmals streuen. Zur Qualitätssicherung ist nun beispielsweise zu überprüfen, ob das Qualitätsmerkmal unter Berücksichtigung der auftretenden Streuung innerhalb gewisser vorgegebener Toleranzgrenzen liegt. Dazu können in der Regel nicht alle produzierten Einheiten überprüft werden (100%-Prüfung). Das ist z.B. aus Kostengründen oder auf Grund der Spezifik der eingesetzten Prüfmethode (etwa bei zerstörender Prüfung) ausgeschlossen. Vielmehr ist die Entscheidung, ob die Toleranzen eingehalten werden, auf der Basis einer **Stichprobe** zu treffen, die der **Grundgesamtheit** entnommen wurde. Diese Situation ist typisch für die Anwendung statistischer Methoden: Ausgehend von den Werten des Qualitätsmerkmals, die für eine Auswahl von produzierten Einheiten (Stichprobe) gemessen wurden, sind Schlussfolgerungen in Bezug auf die Ausprägung des Qualitätsmerkmals bei allen produzierten Einheiten (Grundgesamtheit) zu ziehen.

Die beschreibende Statistik beschäftigt sich mit den Methoden, die Stichprobendaten übersichtlich darzustellen und zu verdichten. Bei großen Stichproben wird eine **Klassenbildung** der Stichprobendaten vorgenommen und die **Häufigkeitsverteilung** in Form einer Häufigkeitstabelle sowie in graphischer Form als **Histogramm** oder **Häufigkeitssummenfunktion** dargestellt.

Eine weitergehende Verdichtung der Stichprobendaten ist die Berechnung von **Stichprobenkennwerten**. Es werden **Lagekennwerte** (das sind verschiedene Mittelwertmaße) und **Streuungskennwerte** der Stichprobe unterschieden.

Lagekennwerte sind **arithmetisches Mittel** und **Median**, Streuungskennwerte sind **Standardabweichung**, **Stichprobenvarianz** und **Spannweite**.

**Literaturstudium:** S. 31 bis 38

**Kontrollfragen und Aufgaben:** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 auf S. 38

## 2.2 Wahrscheinlichkeitsrechnung

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung bildet die Grundlage für das Verständnis der Methoden der mathematischen Statistik. Sie untersucht **Zufallsvorgänge** (auch **Zufallsexperimente** genannt). Dies sind Vorgänge, deren Ergebnis nicht vorhersehbar ist, da es vom Zufall beeinflusst wird. Ein Paradebeispiel für einen solchen Zufallsvorgang ist das Werfen einer Münze. Die Resultate des Zufallsvorgangs werden zufällige **Ereignisse** genannt. Beim Münzwurf haben wir es zum Beispiel mit den Ereignissen „Zahl“ und „Wappen“ zu tun. Bei jedem Zufallsvorgang, also auch beim Münzwurf, werden auch noch zwei spezielle Ereignisse betrachtet: ein **sicheres Ereignis**, das als Resultat eines Zufallsvorgangs stets eintritt, und ein **unmögliches Ereignis**, das niemals eintritt. Beispielsweise kann beim Werfen einer Münze das sichere Ereignis als „Zahl oder Wappen fällt“ und das unmögliche Ereignis als „Zahl und Wappen fällt“ gedeutet werden.

Wird ein Zufallsvorgang  $n$  mal durchgeführt und tritt dabei  $k$  mal das Ereignis  $A$  ein, so ist  $k/n$  der Anteil der Versuche mit dem Resultat  $A$ . Bei einer sehr großen Anzahl  $n$  von Versuchen strebt dieser Anteil gegen eine feste Zahl, die als Wahrscheinlichkeit  $P(A)$  des Ereignisses  $A$  bezeichnet wird. Die Wahrscheinlichkeit  $P(A)$  ist also der erwartete Anteil der Versuche mit dem Resultat  $A$ . Mit anderen Worten,  $P(A)$  ist ein Maß für die Chance, dass  $A$  als Resultat des Zufallsvorgangs auftritt.

Oft kann die Wahrscheinlichkeit mit Hilfe der **klassischen Definition der Wahrscheinlichkeit** berechnet werden:

$$P(A) = \frac{\text{Anzahl der günstigen Fälle}}{\text{Anzahl aller möglichen Fälle}}$$

Ein Fall ist dabei ein (nicht weiter zerlegbares) Resultat des betrachteten Zufallsvorgangs. Diese Formel darf nur dann zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit benutzt werden, wenn die Anzahl der verschiedenen Resultate des Zufallsvorgangs (Fälle) endlich ist und alle Resultate gleich wahrscheinlich sind.

Ausgehend von zwei Ereignissen  $A$  und  $B$  können neue Ereignisse gebildet werden. Das sind die folgenden Ereignisse:

$A \text{ und } B$  Es tritt ein, wenn  $A$  und  $B$  zugleich eintreten.

$A \text{ oder } B$  Es tritt ein, wenn mindestens eines der Ereignisse  $A$  oder  $B$  eintritt.

$\text{nicht } A$  Es tritt ein, wenn  $A$  nicht eintritt. Dieses Ereignis wird deshalb **Gegenereignis** genannt.

Die Wahrscheinlichkeit der Ereignisse  $A \text{ und } B$  bzw.  $A \text{ oder } B$  kann unter gewissen Voraussetzungen mit Hilfe des **Multiplikationssatzes** (für unabhängige Ereignisse)

$$P(A \text{ und } B) = P(A) \cdot P(B)$$

## 5. ANNAHMESTICHPROBENPRÜFUNG

---

Bei der Annahmestichprobenprüfung geht es darum, die Qualität der Produkte eines gelieferten Loses durch Stichproben zu überprüfen. Ziel ist es, mit möglichst geringem Aufwand verlässliche Aussagen über die Losqualität zu gewinnen. (100%-Prüfung kommt vielfach aus Kostengründen nicht in Frage; außer bei kritischen Fehlern, die eine Gefahr für Menschenleben oder einen hohen wirtschaftlichen Schaden verursachen.) Eine Annahmestichprobenprüfung wird vor allem bei Endkontrolle und Eingangskontrolle, zum Teil auch bei innerbetrieblicher Qualitätsprüfung nach einzelnen Fertigungsschritten durchgeführt. Tendenziell nimmt die Bedeutung der Annahmestichprobenprüfung im Qualitätsmanagement ab, denn unbrauchbare Produkte auszusortieren und damit Qualität in das Los „hineinzuprüfen“, erweist sich immer mehr als zu kostspielig. Dem gegenüber nimmt die Bedeutung der Fehlervermeidung durch statistische Prozessregelung (SPC) zu.

Bei Annahmestichprobenprüfung wird zwischen **Attributprüfung** (zählende Prüfung) und **Variablenprüfung** (messende Prüfung) unterschieden. Bei Attributprüfung wird die Losqualität an Hand der Anzahl fehlerhafter Einheiten bzw. der Anzahl der Fehler in der Stichprobe beurteilt. Im Falle der Variablenprüfung wird ein Qualitätsmerkmal, das statistisch gesichert einer Normalverteilung unterliegt, an allen Stichprobeneinheiten gemessen. Der Ausschussanteil (Überschreitungsanteil bei vorgegebenen Toleranzgrenzen), der mit Hilfe der Messwerte geschätzt wird, dient zur Beurteilung der Losqualität. Das Literaturstudium soll sich auf die Attributprüfung beschränken.

Die Annahmestichprobenprüfung erfolgt auf der Grundlage einer **Stichprobenanweisung**. Das ist eine Vereinbarung zwischen Lieferant und Abnehmer über die Annahme und Zurückweisung von Lieferlosen. Darin ist festzulegen, wie viele Einheiten des Loses zu prüfen sind und wann die Prüfung zu der Diagnose „Losqualität ist zu schlecht“ führt. Außerdem gilt bei der Annahmestichprobenprüfung folgendes als vereinbart: Fehlerhafte Einheiten hat der Lieferant zu ersetzen (egal, ob der Fehler bei der Stichprobenprüfung oder der späteren Verwendung des Loses festgestellt wurde). Zurückgewiesene Lose sind vom Lieferanten einer 100%-Prüfung zu unterziehen und nach Austausch der fehlerhaften Einheiten erneut zur Prüfung beim Abnehmer vorzulegen.

### **Die Annahmestichprobenprüfung setzt voraus:**

- 1) Regelmäßige Belieferung durch denselben Lieferanten
- 2) Homogene Lose, d.h. die Lieferungen bestehen aus gleichartigen und unter gleichen Bedingungen erzeugten Produkten
- 3) Zufällige Entnahme der Stichprobe.



**Die Annahmestichprobenprüfung hat folgende Vorteile gegen über der 100%-Prüfung:**

- 1) Geringe Prüfkosten
- 2) Anwendung auch bei zerstörender Prüfung möglich
- 3) Lose sind schneller verfügbar
- 4) Weniger, aber qualifizierteres Prüfpersonal ist erforderlich
- 5) Die Zurückweisung von Losen hat Signalwirkung für Steigerung der Qualität beim Lieferanten.

**Gegenstand des Literaturstudiums ist:**

- 1) die Einfach-Stichprobenprüfung und die Doppel-Stichprobenprüfung auf fehlerhafte Einheiten
- 2) das AQL-Stichprobensystem ISO 2859

Eine **Einfach-Stichprobenanweisung auf fehlerhafte Einheiten** hat die Form „ $n - c$ “. Das steht für die folgende Prüfanweisung: „Entnimm dem Lieferlos *eine* Stichprobe vom Umfang  $n$  und bestimme die Anzahl  $x$  der fehlerhaften Einheiten in der Stichprobe. Das Los wird angenommen, wenn  $x \leq c$  ist, sonst wird das Los zurückgewiesen.“

Zu jeder Stichprobenanweisung  $n - c$  gehört eine **Operationscharakteristik** oder **Annahmekennlinie**. Diese Kurve stellt die Wahrscheinlichkeit  $P_a$  für die Annahme des Loses als Funktion der **Losqualität**  $p$  grafisch dar (die Losqualität  $p$  ist dabei der Ausschussanteil im Los, d.h. je größer  $p$  ist, desto schlechter ist die Qualität des Loses). Die **Annahmewahrscheinlichkeit**  $P_a$  ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der Stichprobe höchstens  $c$  fehlerhafte Einheiten vorgefunden werden. Da die Anzahl der fehlerhaften Einheiten  $x$  binomialverteilt ist (wenn für den Stichprobenumfang  $n$  und den Losumfang  $N$  gilt:  $n < N/10$ ), kann die Annahmewahrscheinlichkeit nach  $P_a = G(c)$  berechnet werden, wobei  $G$  die Verteilungsfunktion der Binomialverteilung ist. Eine Wertetabelle für  $P_a$  in Abhängigkeit von  $p$  lässt sich deshalb am schnellsten mit dem Larson-Nomogramm erzeugen. Mit Hilfe der Wertetabelle kann dann die Operationscharakteristik gezeichnet werden.

Die Operationscharakteristik lässt eine Bewertung der Wirksamkeit der Stichprobenanweisung zu, denn es kann daraus abgelesen werden, welche (evtl. noch relativ hohen) Annahmewahrscheinlichkeiten sich für schlechte Losqualitäten  $p$  ergeben. Wünschenswert sind „steil verlaufende“ Operationscharakteristiken. Aus der Operationscharakteristik kann das **Abnehmerrisiko** und das **Lieferantenrisiko** abgelesen werden. Das Abnehmerrisiko ist die Wahrscheinlichkeit, Lose mit einem hohen Ausschussanteil nicht als schlechte Qualität zu erkennen (d.h. nicht zurückzuweisen). Das Lieferantenrisiko ist die Wahrscheinlichkeit, Lose mit einem geringen Ausschussanteil zurückzuweisen.

Bisher wurde davon ausgegangen, dass die Einfach-Stichprobenanweisung  $n - c$  bereits vorliegt. Wie kommt man aber zu einer geeigneten Wahl für  $n$  und  $c$ ?

Die Stichprobenanweisung  $n - c$  wird durch die Vorgabe zweier Punkte der Operationscharakteristik festgelegt: Der Lieferant fordert, dass alle Lose, die höchstens einen bestimmten kleinen Fehleranteil  $p_1$  aufweisen, mit hoher Wahrscheinlichkeit angenommen werden (z.B. mit  $P_a = 90\%$ ). Der Abnehmer fordert, dass alle Lose mit einem Fehleranteil, der oberhalb eines bestimmten hohen Fehleranteils  $p_2$  liegt, mit nur geringer Wahrscheinlichkeit angenommen werden (z.B.  $P_a = 10\%$ ). In der Literatur ist beschrieben, wie aus diesen Vorgaben mit dem Larson-Nomogramm die passende Stichprobenanweisung ermittelt wird.

Bei **Doppel-Stichprobenanweisungen auf fehlerhafte Einheiten** erfolgt die Beurteilung der Losqualität an Hand von zwei kleineren Stichproben, es sei denn, die erste Stichprobe fällt bereits so gut oder so schlecht aus, dass sich die Untersuchung einer zweiten Stichprobe erübrigt. Dadurch sind im Mittel weniger Stichprobeneinheiten zu prüfen als bei der Verwendung einer Einfach-Stichprobenanweisung gleicher Wirksamkeit (d.h. mit gleicher Operationscharakteristik).

In der Praxis wird die passende Stichprobenanweisung aus standardisierten **Prüfplänen** ausgewählt (entsprechend ISO 2859 bzw. DIN 40 080). Das sind Zusammenstellungen von Stichprobenanweisungen mit bestimmten Anwendungsregeln.

**Literaturstudium:** S. 231 bis 238 (Mitte) und S. 241 bis 243 und S. 245 bis 250 und S. 269 bis 273

**Kontrollfragen und Aufgaben:** 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 20 auf S. 243 bis 244  
24, 25, 26, 27 auf S. 251  
50, 51, 52, 54, 55, 60, 61 auf S. 279 bis 280

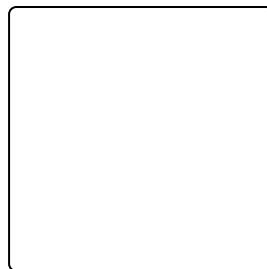
## 6. HINWEISE ZUR MODULPRÜFUNG

---

Die Prüfung wird als Klausur im Umfang von 120 Minuten durchgeführt. Es sind Fragen aus dem Bereich der oben genannten Kontrollfragen zu beantworten und Berechnungen durchzuführen, die sich an den Aufgaben zu den einzelnen Themen orientieren.

**Benötigte / zugelassene Hilfsmittel:**

- 1) **Lehrbuch Timischl, W.:** Qualitätssicherung, Carl Hanser Verlag München Wien, 2002/2004, ISBN 3-446-22053-4
- 2) Taschenrechner
- 3) Lineal und Zeichendreieck
- 4) Papier und Schreibzeug



## **KONTAKT WINGS GmbH**

### **Wismar International Graduation Services GmbH**

Ein Unternehmen der Hochschule Wismar

Philipp-Müller-Str. 14

23966 Wismar

Tel.: +49 (3841) 753-224

E-Mail: [office@wings.hs-wismar.de](mailto:office@wings.hs-wismar.de)

Web: [www.wings.hs-wismar.de](http://www.wings.hs-wismar.de)